

Partie II : Codage et théorie de l'information

Exercice 1 (6 points)

On souhaite sélectionner un code binaire pour l'utiliser dans la transmission de l'information dans un canal de communication numérique pouvant transmettre 6 symboles. Pour cela, on considère deux codes reportés dans le tableau suivant avec les probabilités respectives :

Symbole	A	B	C	D	E	F
Probabilité	0.30	0.23	0.17	0.15	0.10	0.05
Code 1	00	010	011	110	1110	11111
Code 2	000	010	100	1100	11100	11110

Le système de communication est modélisé par une matrice de transmission définie par :

$$T(X,Y) = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon & \varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\varepsilon & \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\varepsilon & \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-\varepsilon & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\varepsilon \end{bmatrix}$$

avec $\varepsilon = 0.10$. La source d'informations débite 1500 symboles/s alors que le canal peut transmettre 1800 symboles/s.

1. Montrer que le canal est symétrique.
2. Calculer la capacité du canal.
3. Est-il possible de transmettre théoriquement l'information dans le canal ? Justifier votre réponse.
4. A votre avis, quel est le code le plus approprié pour transmettre l'information dans le canal ? Justifier votre réponse.
5. Pour protéger l'information contre les erreurs de transmission, on rajoute un bit de parité, la transmission est-elle toujours possible ? Justifier votre réponse.

Exercice 2 (4 points) : Soit une séquence de valeurs entières décrite comme suit :

Symboles	2	4	6	8	9
Fréquences	10	20	40	6	3

1. Quelle est la valeur de l'entropie, (1 point)
2. Coder cette séquence en utilisant le codage de Huffman, (2 points)
3. Quelle est la longueur moyenne. (1 point)

Exercice 3 (4 points) : Le codage d'une séquence de valeurs entière en utilisant le codeur LZW a donné : 3 4 3 <256><257> <259> <258> <261> T N.B. T pour terminer.
Décoder la séquence, donner le tableau de décodage ainsi que la séquence décodée.

Exercice 4 (6 points) La matrice de vérification d'un codeur canal linéaire systématique est donnée par :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 1) Préciser la taille du mot de code d'entrée et celle du mot de code de sortie.
- 2) Donner une matrice génératrice.
- 3) Coder les 3 premiers mots de code de la séquence : 000111110011001011110000
- 4) Décoder après une éventuelle correction les 3 premiers mots de code : 000010100111101010111111001110.